

ملاحظة: في الخلية ملاحظة، المقادير ① و ② تابع لنظرية إحصاء
أما ملاحظة، المقادير متساوية ③

S (ملاحظة)	m_1	m_2	نلاحظ
	A_1	A_2	
	\vec{v}_1	\vec{v}_2	السرعة قبل الاصطدام مباشرة
	\vec{w}_1	\vec{w}_2	السرعة بعد الاصطدام مباشرة (ملاحظة)

$$\Rightarrow \frac{dP(t)}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow P(t) = \text{const}$$

نلاحظ الوقت هو ثابت

$$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1(A/R_0) + m_2 \vec{v}_2(A/R_0) = m_1 \vec{w}_1(A/R_0) + m_2 \vec{w}_2(A/R_0)$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{w}_1 + m_2 \vec{w}_2$$

نلاحظ أن هذه هي معادلات الحفظ

$$m_1 \vec{v}_1(A/R_G) + m_1 \vec{v}_2(G/R_0) + m_2 \vec{v}_1(A/R_G) + m_2 \vec{v}_2(G/R_0) =$$

$$m_1 \vec{w}_1(A/R_G) + m_1 \vec{w}_2(G/R_0) + m_2 \vec{w}_1(A/R_G) + m_2 \vec{w}_2(G/R_0)$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) \vec{v}_G = (m_1 + m_2) \vec{w}_G$$

$$\Rightarrow 0 = m_1 \vec{v}_1(A/R_G) + m_2 \vec{v}_2(A/R_G) = m_1 \vec{v}_1(A/R_G) + m_2 \vec{v}_2(A/R_G)$$

$$A_1 + A_2 = G$$

نلاحظ أن هذه هي معادلات الحفظ

$$\Rightarrow \vec{v}_G = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2) \vec{v}_G = 0$$

أما اقتربت من الصفر

لنركز على \vec{w}_1 ونلاحظ أنه

و \vec{w}_2 - لنلاحظ أنه

وبالتالي:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \vec{v}_{G1} + m_2 \vec{v}_{G2} &= 0 \\ m_1 \vec{w}_{G1} + m_2 \vec{w}_{G2} &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} m_1 \vec{v}_{G1} &= -m_2 \vec{v}_{G2} \\ m_1 \vec{w}_{G1} &= -m_2 \vec{w}_{G2} \end{aligned} \right\} (*)$$

ولكن نعلم أنه من خواص بياض من المبدأ الثاني

$$\Rightarrow \frac{\vec{v}_{G1}}{\frac{1}{m_1}} = -\frac{\vec{v}_{G2}}{\frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{v}_{G1} - \vec{v}_{G2}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}$$

في إطار ونفرض أنه $\vec{v}(G/R_0)$ يمكن أن يكون: $\vec{v}(G/R_0) = \vec{v}_1$

$$\frac{\vec{v}_{G1}}{\frac{1}{m_1}} = -\frac{\vec{v}_{G2}}{\frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{v}_{G1} - \vec{v}_{G2}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}$$

في نفس الكلام من أجل الحالة الثانية (*) نجد:

$$\frac{\vec{w}_{G1}}{\frac{1}{m_1}} = -\frac{\vec{w}_{G2}}{\frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{w}_{G1} - \vec{w}_{G2}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{w}_1 - \vec{w}_2}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}$$

لنركز على الكتلة المختلطة فيكون:

$$m_1 \vec{v}_{G1} = -m_2 \vec{v}_{G2} = \mu [\vec{v}_{G1} - \vec{v}_{G2}] = \mu (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

$$\text{و } m_1 \vec{w}_{G1} = -m_2 \vec{w}_{G2} = \mu [\vec{w}_{G1} - \vec{w}_{G2}] = \mu (\vec{w}_1 - \vec{w}_2)$$

نقسم الثانية مع الأولى:

$$\Rightarrow \frac{|\vec{w}_{G1}|}{|\vec{v}_{G1}|} = \frac{|\vec{w}_{G2}|}{|\vec{v}_{G2}|} = \frac{|\vec{w}_{G1} - \vec{w}_{G2}|}{|\vec{v}_{G1} - \vec{v}_{G2}|} = \frac{|\vec{w}_1 - \vec{w}_2|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} = \lambda$$

حيث $0 < \lambda \leq 1$

لنركز على \vec{w}_1 ونلاحظ أنه

و \vec{w}_2 - لنلاحظ أنه

وبالتالي:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \vec{v}_{G1} + m_2 \vec{v}_{G2} &= 0 \\ m_1 \vec{w}_{G1} + m_2 \vec{w}_{G2} &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} m_1 \vec{v}_{G1} &= -m_2 \vec{v}_{G2} \\ m_1 \vec{w}_{G1} &= -m_2 \vec{w}_{G2} \end{aligned} \right\} (*)$$

ولكن نعلم أنه من خواص بياض من المبدأ الثاني

$$\Rightarrow \frac{\vec{v}_{G1}}{\frac{1}{m_1}} = -\frac{\vec{v}_{G2}}{\frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{v}_{G1} - \vec{v}_{G2}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}$$

في إطار ونفرض أنه $\vec{v}(G/R_0)$ يمكن أن يكون: $\vec{v}(G/R_0) = \vec{v}_1$

$$\frac{\vec{v}_{G1}}{\frac{1}{m_1}} = -\frac{\vec{v}_{G2}}{\frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{v}_{G1} - \vec{v}_{G2}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}$$

في نفس الكلام من أجل الحالة الثانية (*) نجد:

$$\frac{\vec{w}_{G1}}{\frac{1}{m_1}} = -\frac{\vec{w}_{G2}}{\frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{w}_{G1} - \vec{w}_{G2}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \frac{\vec{w}_1 - \vec{w}_2}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}$$

لنركز على الكتلة المختلطة فيكون:

$$m_1 \vec{v}_{G1} = -m_2 \vec{v}_{G2} = \mu [\vec{v}_{G1} - \vec{v}_{G2}] = \mu (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

$$\text{و } m_1 \vec{w}_{G1} = -m_2 \vec{w}_{G2} = \mu [\vec{w}_{G1} - \vec{w}_{G2}] = \mu (\vec{w}_1 - \vec{w}_2)$$

نقسم الثانية مع الأولى:

$$\Rightarrow \frac{|\vec{w}_{G1}|}{|\vec{v}_{G1}|} = \frac{|\vec{w}_{G2}|}{|\vec{v}_{G2}|} = \frac{|\vec{w}_{G1} - \vec{w}_{G2}|}{|\vec{v}_{G1} - \vec{v}_{G2}|} = \frac{|\vec{w}_1 - \vec{w}_2|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} = \lambda$$

حيث $0 < \lambda \leq 1$

منهذه، فلفظة الأخيرة يجب أن يفتح بها. أما مقاديرها الثانية
وإذا أتت، نسبة بين الصدم. أي من السرعة قبل الصدم. وبالتالي بسيط
أكثر أو مساوي المقام (لأنه يرمز نقدر بالطاقة سرطاقة، الصدم)
والتأخر لا يمر معادل، الصدم (معادل، المرونة) وهذا ما يسمى من
مرونة الجسمين المتصادمين.

وهذا المعادل يعطى، الصدم على أساس يتم λ بالحدوث أو ما يسمى:

$$\lambda = 0 \rightarrow \lambda = 1 \rightarrow \lambda = 2 \rightarrow \lambda = 3 \rightarrow \lambda = 4 \rightarrow \lambda = 5 \rightarrow \lambda = 6 \rightarrow \lambda = 7 \rightarrow \lambda = 8 \rightarrow \lambda = 9 \rightarrow \lambda = 10$$

لغرض المادة ① مادة الصدم. فيفتح أن الجسمان يلتصقان ويصعبان معاً

مادة وهو الصدم اللين (تمام اللينة)

إذا كان $\lambda < 0$ يكون الصدم مرن

إذا كان $\lambda = 0$ تمام المرونة ومعنى ذلك أن الطاقة الحركية ثابتة

ولم يحدث فقد بالطاقة.

$$\lambda = \frac{v_1 - v_2}{v_1 - v_2} = \lambda$$

أصبح لدينا معادلة ثانية ②

وكذلك المستطوع ملها مع المعادلة ①

بسبب وجود القيمة المطلقة.

هنا سنميز حالتين: ③ عند التصادم لأن السور في غلط

① الصدم الحاد: إذا كانت السرعتان قبل التصادم مباشرة تكون

على خط المكون (الناظر المستقيم) سمي هذا

التصادم مباشر مرنة لا تأخذ القيم المطلقة للوصول

مع المعادلة الثانية ..

يصبح لدينا (بالاستطاع مع الناظر المستقيم):

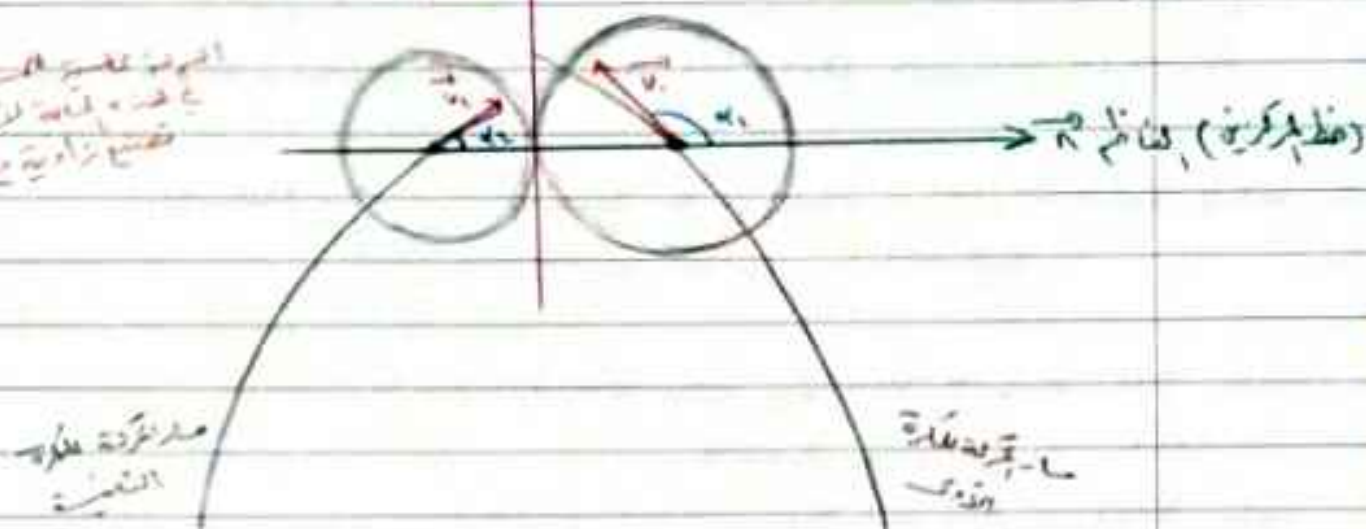
$$\frac{v_1 - v_2}{v_1 - v_2} = -\lambda$$

②

وهي المعادلة الثانية من معادلات الصدم

⑤ التصادم غير المباشر: إذا كانتا سرعتان متجهان يصطدمان مباشرة
 تصنعان زاوية مع خط المركزين (أي ما تلتقي عنده خط المركزين)
 ليس هذا التصادم تصادم غير مباشر

السرعة النسبية للصراع
 مع خط المركزين
 تصنع زاوية مع \vec{n}



في هذا التصادم نقطة تفرقة كمية الحركة عما لا نقطة مع عدد
 فتر أن لا كرة هي نقطة لا تفرق ولا استجابة يمكن
 على نقطة A_1

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \text{قوة م-م} + \text{توابع أخرى تؤثر}$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F} \quad \text{قوة } A_1 \rightarrow A_2 \text{ م-م}$$

بالإضافة

$$\int d\vec{p}_1 = m_1 \int d\vec{v} = \int \vec{F} dt$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_1 = \int \vec{F} dt$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_1 = \vec{0} \quad \text{الشيء الذي يفقد الجسم}$$

نقط هذه العلاقة مع النظم \vec{n} مع الجسم \vec{T}

المسقاط على الناظم : (من المعطيات أن القوة إحصائية بحركة على
الناظم أو سكوني)

$$\Rightarrow m_1 w_{1n} - m_1 v_{1n} = \textcircled{S}$$

نقط المي على الناظم : $\vec{v} = v \vec{e}_t$ ، $\vec{w} = w \vec{e}_n$ ، $\vec{a} = a \vec{e}_n$ ، $\vec{F} = F \vec{e}_n$

مع عدم المعقولة نعبر في إبعاد السطح الكلي المطبق مع الكرة A_1

بالا مسقاط على الفراس : لا مسقط \vec{F} مع الفراس ، $\vec{v} = v \vec{e}_t$ ، $\vec{w} = w \vec{e}_n$ ، $\vec{a} = a \vec{e}_n$
الكراني من المعطيات المعطى

$$\Rightarrow m_1 w_{1t} - m_1 v_{1t} = 0$$

$$\text{وبذلك } v_{1t} = v_1 \sin \alpha_1$$

$$\text{وبذلك } w_{1t} = w_1 \sin \alpha_1$$

وبحسب الطريقة على w_1 ، وبذلك :

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \ominus \vec{F} \quad \text{قوة } A_2 \text{ على } A_1$$

نقطة مسكونة لا توجد في A_1 ، A_2

$$\Rightarrow \int d\vec{p}_2 = - \int \vec{F} dt$$

$$\Rightarrow m_2 \vec{w}_2 - m_2 \vec{v}_2 = -\vec{S}$$

بالا مسقاط على الناظم :

$$\Rightarrow m_2 w_{2n} - m_2 v_{2n} = -S$$

بالا مسقاط على الفراس :

$$m_2 w_{2t} - m_2 v_{2t} = 0$$

$$\text{وبذلك } v_{2t} = v_2 \sin \alpha_2 = v_2 \cos (\pi - \alpha_2)$$

$$\Rightarrow w_{2t} = w_2 \sin \alpha_2$$

وبدجاء المركبات الناتجة λ والباقي هو لها من علاقة λ مع λ يكون

$$\frac{W_{1n} - W_{2n}}{V_{1n} - V_{2n}} = \lambda \quad (*)$$

$$V_{1n} = V_1 \cos \alpha_1$$

$$V_{2n} = -V_2 \cos \alpha_2$$

نعوض في (1) وعلى المعادلتين (2) و (3) علامته

نحصل على العلاقة التي تليها λ سرعة بعد الاصطدام

و بعد الاصطدام المركبتين لمرة اتجاه السرعة نفس المركبتين تفصل

على طول الزاوية α_1 وهي زاوية قبل الاصطدام α_2 زاوية بعد الاصطدام α_1

و جيب الزاوية α_2 هو α_2

وهذا لا يكون قد عتيا السرعتين بعد الاصطدام

نظرية الطاقة الحركية : يبعد لها ثلاث أشكال :

(1) قياسية

(2) تكاملية محدود

(3) تكاملية غير محدود

1- اذا كان لدينا مجموعة مادية S عند تقاطعها n وهي A_1, A_2, \dots, A_n

وكتلتها m_1, m_2, \dots, m_n وسرعتها $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ فان الطاقة

الحركية المجموعة S كاملة هي

$$d\vec{T}(S) = dA^{ext} + dA^{int}$$

$$dA^{ext} = \sum \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i \quad \text{حيث} \quad \vec{OA}_i = \vec{r}_i$$

في حالة نظام المجموعة S

$$dA^{int} = \sum \vec{F}_{ij} \cdot d\vec{r}_i \quad \text{حيث} \quad \vec{OA}_i = \vec{r}_i$$

في حالة نظام المجموعة S

• يمكن عام أنما ان القوى الداخلية موجودة.
 ونكد ان قوة التماسكة أو قوة ثابتة القوة يكون عند السطح التماسكية صفرية.
 الموضوع

البرهان: لنأخذ نقطة A_i تكون الطاقة الحركية لها

$$d\left(\frac{1}{2} m_i \vec{V}_i\right) = \vec{F}_i^{ext} \cdot d\vec{r}_i + \vec{F}_i^{int} \cdot d\vec{r}_i$$

في العلاقات من 1 إلى 2

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n d\left(\frac{1}{2} m_i \vec{V}_i\right) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext} \cdot d\vec{r}_i + \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{int} \cdot d\vec{r}_i$$

$$\Rightarrow d \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} m_i \vec{V}_i\right) = d A^{ext} + d A^{int}$$

نجد تغير الطاقة الحركية لمجموعة مادية

$$\Rightarrow dT(s) = d A^{ext} + d A^{int} \quad (1)$$

وهو شغل، لنفرض $d A^{ext}$ وهو المطلوب.

• لإيجاد الشغل التكاملي المحدد:

نأخذ العلاقة التفاضلية ① تكاملاً محدوداً بين نقطتين 1 و 2 في

$$T_2(s) - T_1(s) = A^{ext} + A^{int} \quad (2)$$

وهو الشغل التكاملي المحدد.

• الطاقة الحركية ليست الحالة العامة:

نأخذ طرفي المعادلة ① تكاملاً غير محدود ينتج:

$$T(s) = A^{ext} + A^{int} \quad (3)$$

مع ملاحظة أنه إذا كانت القوى الخارجية والداخلية كميات أو أنها تكتب

كمتجهات ودمجهم تمام لأصنافيات للموضع

وتكون قد تخرج عددي نتج لأصنافيات، لنقل أي أنها مشتقة من صافي الشغل

عندئذ نوزن للقوى \vec{F}_i^{ext} \vec{F}_i^{int} تكون المعادلة ③ بالشكل

$$T(s) = U^{ext} + U^{int} + \text{const}$$

مبدأ الثالث الميكانيكي الداخلي بين نقاط هيكل غير قابل للانقسام ويتحرك تحت تأثير التفاعل عندئذ محدد القوى الداخلية مساوية أي $\sum \vec{F}_i^{\text{int}} = 0$

$$\Rightarrow T(S) = U^{\text{ext}} + U^{\text{int}}$$

وهذا هو استنتاج من النظريات العامة في الميكانيك

• بتقريب الطاقة الحركية مساوية لطاقتها الداخلية مادة (د) بالنسبة لثلاثة اجزاءية متحركة G : \vec{G}

$$\sum d \frac{1}{2} m_i [\vec{V}_{(G/i)} + \vec{V}_{(A/G)}]^2 = \sum \vec{F}_i^{\text{ext}} (d\vec{OG} + d\vec{GA}_i) + \sum \vec{F}_i^{\text{int}} (d\vec{OG} + d\vec{GA}_i)$$

نفس التوزيع وفي

$$\Rightarrow \sum \frac{1}{2} d(m_i \vec{V}_{(G/i)}^2) + \sum d(m_i \vec{V}_{(G/i)} \cdot \vec{V}_{(A/G)}) + \sum \frac{1}{2} d(m_i \vec{V}_{(A/G)}^2) \\ = \sum \vec{F}_i^{\text{ext}} d\vec{OG} + \sum \vec{F}_i^{\text{ext}} d\vec{GA}_i + \sum \vec{F}_i^{\text{int}} d\vec{OG} + \sum \vec{F}_i^{\text{int}} d\vec{GA}_i$$

$$\Rightarrow d \sum \frac{1}{2} (m_i \vec{V}_{(G/i)}^2) + d \sum (m_i \vec{V}_{(G/i)} \cdot \vec{V}_{(A/G)}) + d \sum \frac{1}{2} (m_i \vec{V}_{(A/G)}^2) \\ = \sum \vec{F}_i^{\text{ext}} d\vec{OG} + \sum \vec{F}_i^{\text{ext}} d\vec{GA}_i + \sum \vec{F}_i^{\text{int}} d\vec{OG} + \sum \vec{F}_i^{\text{int}} d\vec{GA}_i$$

نكتب :

$$1) d \left(\sum \frac{1}{2} m_i \right) \vec{V}_{(G/i)}^2 = \sum \vec{F}_i^{\text{ext}} d\vec{OG} + \sum \vec{F}_i^{\text{int}} d\vec{OG}$$

$$2) d \left[\sum (m_i \vec{V}_{(A/G)}) \cdot \vec{V}_{(G/i)} \right] = 0 \\ = d \sum m_i \vec{GA}_i \\ = (\sum m_i) \vec{GG} = 0$$

$$\text{وبقي} \quad d \sum \frac{1}{2} (m_i \vec{V}_{(A/G)}^2) = \sum \vec{F}_i^{\text{ext}} d\vec{GA}_i + \sum \vec{F}_i^{\text{int}} d\vec{GA}_i$$

$$\rightarrow dT(S/G) = \sum \vec{F}_i^{ext} \cdot d\vec{GA}_i + \sum \vec{F}_i^{int} \cdot d\vec{GA}_i$$

مجموع القوى الخارجية المؤثرة على G وهي القوة المحركة

$$T_{1G} - T_{2G} = \int \sum \vec{F}_i^{ext} \cdot d\vec{GA}_i + \int \sum \vec{F}_i^{int} \cdot d\vec{GA}_i$$

$$T_G = \int \sum \vec{F}_i^{ext} \cdot d\vec{GA}_i + \int \sum \vec{F}_i^{int} \cdot d\vec{GA}_i + \text{const}$$

الناظم المشترك ككترتي أو دائرتي هو خط note
 أما المحاور المشتركة ككترتي هو مستوي والمحاور المشتركة لدائرتي هو خط

المقسم للمعادلة السابقة